

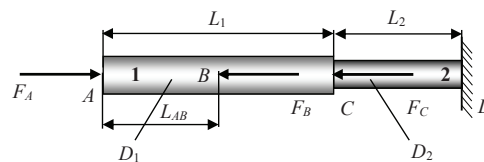
1. Za štapni sistem na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
- riješite matričnu jednačinu $F = [K]d$ za nepoznata pomjeranja d .

Podaci:

$$\begin{aligned} L_1 &= 2L_2 = L_{AB} = 2\text{m}, \\ 2A_1 &= A_2 = 1\text{cm}^2, \\ E_1 &= 3E_2 = 120\text{MPa}, \\ F_A &= 2F_B = F_C = 10\text{kN}. \end{aligned}$$

(20+10=30%)



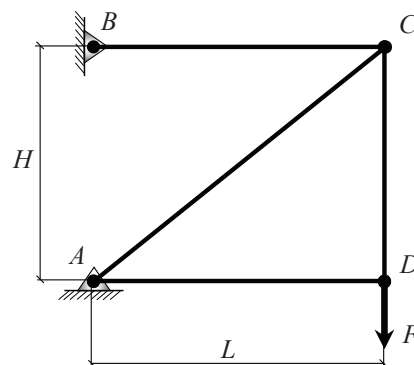
2. Za rešetku na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
- postavi matričnu jednačinu $F = [K]d$ i svedi je na sistem koji treba riješiti.

Podaci:

$$\begin{aligned} H &= 0.75\text{m}, L = 1\text{m}, \\ 2A_{AC} &= 2A_{AD} = A_{BC} = A_{CD} = 2\text{cm}^2, \\ E_{AC} &= E_{AD} = E_{BC} = E_{CD} = 200\text{MPa}, F = 3\text{kN}. \end{aligned}$$

(30+10=40%)



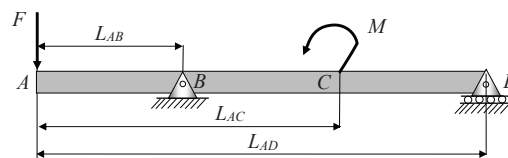
3. Za gredu na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
- postavi matričnu jednačinu ako je dio BC opterećen i kontinuiranim opterećenjem q .

Podaci:

$$\begin{aligned} L_{AB} &= 2L_{BC} = L_{CD} = 2\text{m}, \\ EI &= \text{const} = 15\text{MNm}^2, \\ F &= 2\text{kN}, M = 5\text{kNm}. \end{aligned}$$

(20+10=30%)



Vrijeme izrade - 90 minuta

Formule za ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

Štapovi

$$f = [K]d \quad (1)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) \\ -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\sigma = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} -\cos(\theta) & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Grede

$$[k] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$f_{1y} = -\frac{qL}{2} \quad f_{2y} = -\frac{qL}{2} \quad m_1 = -\frac{qL^2}{12} \quad m_2 = \frac{qL^2}{12} \quad (6)$$

$$F = [K]d - F_0 \quad (7)$$

1. Za štapni sistem, koji se sastoji od štapova kvadratnog poprečnog presjeka stranice B , prikazan na slici desno uradi sljedeće:

- (a) formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
 (b) riješi matricnu jednačinu $F = [K]d$ za nepoznata pomjeranja d .

Podaci:

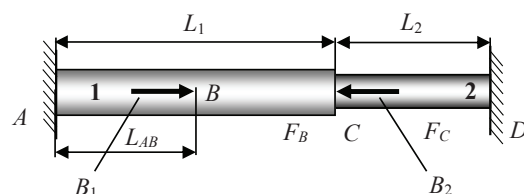
$$L_1 = 2L_2 = 2L_{AB} = 1.5\text{m},$$

$$B_1 = 2B_2 = 10\text{cm},$$

$$E_1 = E_2 = 100\text{MPa},$$

$$F_B = F_C = 10\text{kN}.$$

(20+10=30%)



2. Za rešetku na slici desno uradi sljedeće:

- (a) formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
 (b) postavi matricnu jednačinu $F = [K]d$ i svedi je na sistem koji treba riješiti.

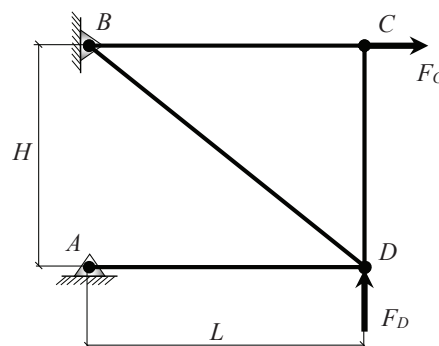
Podaci:

$$H = 0.6\text{m}, L = 0.8\text{m},$$

$$A_{AD} = A_{BC} = A_{BD} = A_{CD} = 5\text{cm}^2,$$

$$E_{AC} = E_{AD} = E_{BC} = E_{CD} = 200\text{MPa}, F_D = 2F_C = 10\text{kN}.$$

(30+10=40%)



3. Za gredu na slici desno uradi sljedeće:

- (a) formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
 (b) postavi matricnu jednačinu ako je dio BC opterećen i kontinuiranim opterećenjem q .

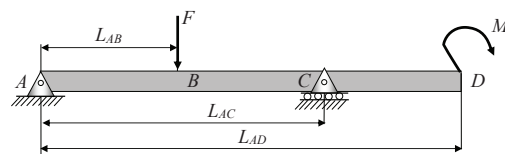
Podaci:

$$L_{AB} = 2L_{BC} = 2L_{CD} = 1\text{m},$$

$$EI = \text{const} = 20\text{MNm}^2,$$

$$F = 5\text{kN}, M = 2\text{kNm}.$$

(20+10=30%)



Vrijeme izrade - 90 minuta

Formule za ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

Štapovi

$$f = [K]d \quad (1)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) \\ -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\sigma = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} -\cos(\theta) & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Grede

$$[k] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$f_{1y} = -\frac{qL}{2} \quad f_{2y} = -\frac{qL}{2} \quad m_1 = -\frac{qL^2}{12} \quad m_2 = \frac{qL^2}{12} \quad (6)$$

$$F = [K]d - F_0 \quad (7)$$

1. Odgovori na sljedeća pitanja!

- Šta je prostorna diskretizacija?
- Šta podrazumijeva validacija numeričke simulacije?
- Šta predstavlja *Lagrangeov* opis (konfiguracija)?
- Na primjeru pravougaone domene pokaži razliku između strukturane i nestruktuirane mreže?
- Šta predstavlja *Dirichletov* granični uslov? Izrazi na primjeru temperature kao promjenljive!

(5 x 4=20%)

2. Za štapni sistem, koji se sastoji od štapova poprečnog presjeka A , prikazan na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d i svedi je na sistem koji treba riješiti.

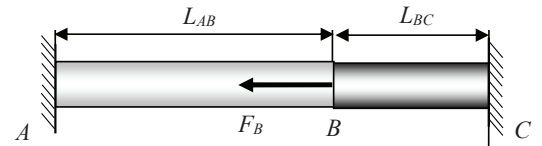
Podaci:

$$L_{AB} = 2\text{m}, L_{BC} = 1\text{m}$$

$$A_{AB} = 100\text{cm}^2, A_{BC} = 200\text{cm}^2$$

$$E_{AB} = 100\text{GPa}, E_{BC} = 80\text{GPa}$$

$$F_B = 10\text{kN}.$$



(20%)

3. Za rešetku na slici desno uradi sljedeće:

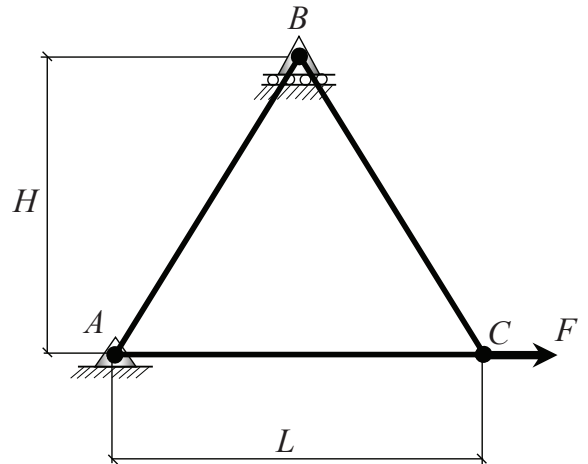
- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
- postavi matričnu jednačinu $F = [K]d$ i svedi je na sistem koji treba riješiti;
- napiši izraz za dobivanje napona u štapu AB s pravilno unesenim poznatim veličinama.

Podaci:

$$H = 0.6\text{m}, L = 1.6\text{m},$$

$$A_{AB} = A_{BC} = A_{AC} = 10\text{cm}^2,$$

$$E_{AB} = E_{BC} = E_{AC} = 200\text{GPa}, F = 10\text{kN}.$$



(25+5+5=35%)

4. Za gredu na slici desno uradi sljedeće:

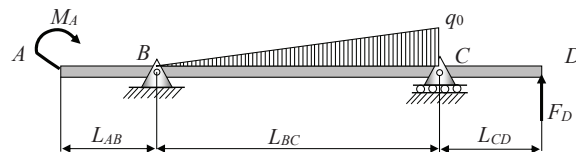
- (a) formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d . Postavi matričnu jednačinu!

Podaci:

$$L_{AB} = L_{BC} = L_{CD} = 1\text{m},$$

$$EI = \text{const} = 10\text{MNm}^2,$$

$$F_D = 1\text{kN}, M_A = 2\text{kNm}, q_0 = 4\text{kN/m}.$$



(25%)

Formule za ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

Štapovi

$$f = [K]d \quad (1)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) \\ -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\sigma = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} -\cos(\theta) & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Grede

$$[k] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Uniformno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{qL}{2} & f_{2y} &= -\frac{qL}{2} \\ m_1 &= -\frac{qL^2}{12} & m_2 &= \frac{qL^2}{12} \end{aligned} \quad (6)$$

Trapezno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{3}{20}(q_2 - q_1)L & f_{2y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{7}{20}(q_2 - q_1)L \\ m_1 &= -\frac{q_1L^2}{12} - \frac{1}{30}(q_2 - q_1)L^2 & m_2 &= \frac{q_1L^2}{12} + \frac{1}{20}(q_2 - q_1)L^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$F = [K]d - F_0 \quad (8)$$

1. Odgovori na sljedeća pitanja!

- Šta je vremenska diskretizacija?
- U čemu se zasniva koncept kontinuuma?
- Šta predstavlja *Eulerov* opis (konfiguracija)?
- Na primjeru kružne domene pokaži razliku između strukturane i nestruktuirane mreže?
- Šta predstavlja *Neumannov* granični uslov? Izrazi ga na primjeru pomjeranja kao promjenljive!

(5 x 4=20%)

2. Za štapni sistem, koji se sastoji od štapova poprečnog presjeka A , prikazan na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d i svedi na sistem koji treba riješiti.

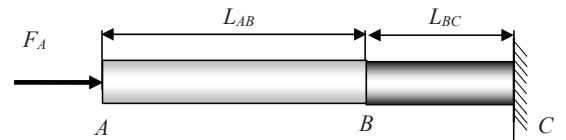
Podaci:

$$L_{AB} = 1\text{m}, L_{BC} = 2\text{m}$$

$$A_{AB} = 100\text{cm}^2, A_{BC} = 50\text{cm}^2$$

$$E_{AB} = 40\text{GPa}, E_{BC} = 50\text{GPa}$$

$$F_A = 10\text{kN}.$$



(20%)

3. Za rešetku na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
- postavi matričnu jednačinu $F = [K]d$ i svedi je na sistem koji treba riješiti;
- napiši izraz za dobivanje napona u štapu BC s pravilno unesenim poznatim veličinama.

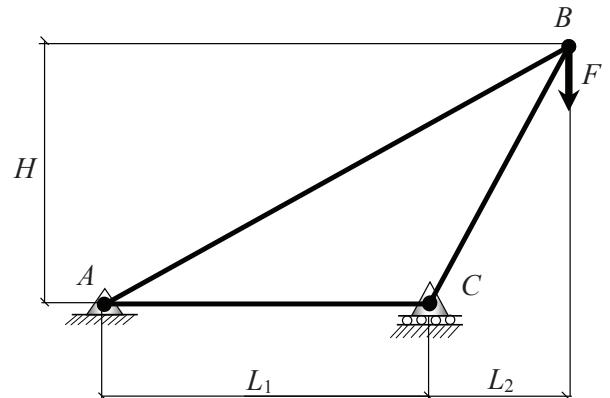
Podaci:

$$H = 0.6\text{m}, L_1 = 0.2\text{m}, L_2 = 0.6\text{m}$$

$$A_{AB} = A_{BC} = A_{AC} = 1\text{cm}^2,$$

$$E_{AB} = E_{BC} = E_{AC} = 100\text{GPa},$$

$$F = 5\text{kN}.$$



(25+5+5=35%)

4. Za gredu na slici desno uradi sljedeće:

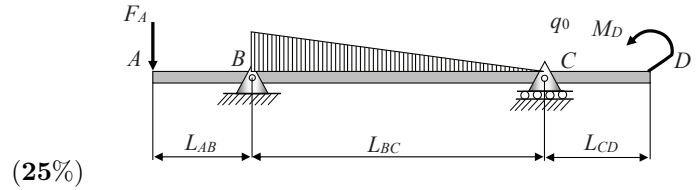
- (a) formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d . Postavi matričnu jednačinu!

Podaci:

$$L_{AB} = L_{BC} = L_{CD} = 10\text{m},$$

$$EI = \text{const} = 20\text{MNm}^2,$$

$$F_A = 3\text{kN}, M_D = 5\text{kNm}, q_0 = 8\text{kN/m}.$$



(25%)

Formule za ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

Štapovi

$$f = [K]d \quad (1)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) \\ -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\sigma = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} -\cos(\theta) & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Grede

$$[k] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Uniformno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{qL}{2} & f_{2y} &= -\frac{qL}{2} \\ m_1 &= -\frac{qL^2}{12} & m_2 &= \frac{qL^2}{12} \end{aligned} \quad (6)$$

Trapezno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{3}{20}(q_2 - q_1)L & f_{2y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{7}{20}(q_2 - q_1)L \\ m_1 &= -\frac{q_1L^2}{12} - \frac{1}{30}(q_2 - q_1)L^2 & m_2 &= \frac{q_1L^2}{12} + \frac{1}{20}(q_2 - q_1)L^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$F = [K]d - F_0 \quad (8)$$

1. Odgovori na sljedeća pitanja!

- Šta predstavlja diskretizacija jednačina?
- Šta podrazumijeva verifikacija numeričke simulacije?
- Kakve su to nestacionarne simulacije? Daj primjer!
- Šta su prednosti, a šta mane korištenja strukturirane mreže u odnosu na nestruktuiranu?
- Šta predstavlja konzervativnost?

(5 x 4=20%)

2. Za štapni sistem, koji se sastoji od štapova poprečnog presjeka A , prikazan na slici desno, uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d i svedi je na sistem koji treba riješiti.

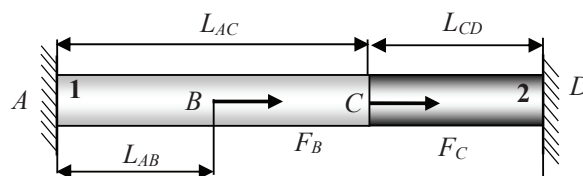
Podaci:

$$L_{AB} = 0.4\text{m}, L_{BC} = 0.5\text{m}, L_{CD} = 0.3\text{m}$$

$$A_1 = 20\text{cm}^2, A_2 = 10\text{cm}^2$$

$$E_1 = 200\text{GPa}, E_2 = 200\text{GPa}$$

$$F_B = 20\text{kN}, F_C = 10\text{kN}.$$



(20%)

3. Za rešetku na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
- postavi matricnu jednačinu $F = [K]d$ i svedi je na sistem koji treba riješiti;
- napiši izraz za dobivanje napona u štapu AB s pravilno unesenim poznatim veličinama.

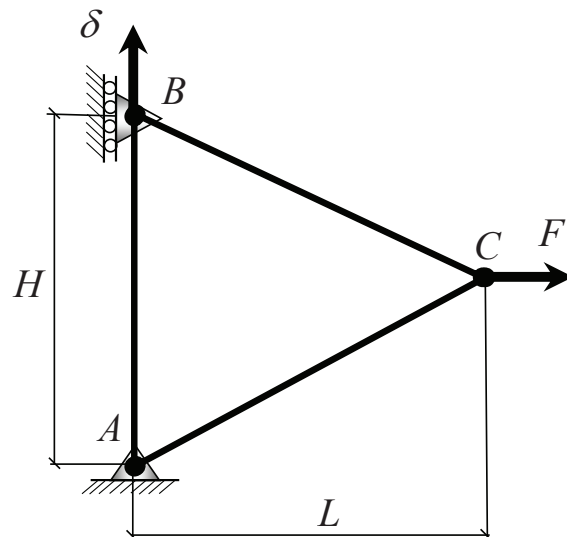
Podaci:

$$H = 4\text{m}, L = 1.5\text{m},$$

$$A_{AB} = A_{BC} = A_{AC} = 15\text{cm}^2,$$

$$E_{AB} = E_{BC} = E_{AC} = 150\text{GPa},$$

$$F = 15\text{kN}, \delta = 1\text{cm}.$$



(25+5+5=35%)

4. Za gredu na slici desno uradi sljedeće:

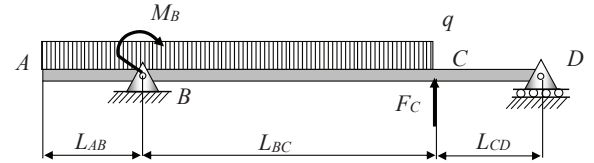
- (a) formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d . Postavi matričnu jednačinu!

Podaci:

$$L_{AB} = L_{BC} = L_{CD} = 0.5\text{m},$$

$$EI = \text{const} = 20\text{MNm}^2,$$

$$F_C = 1\text{kN}, M_B = 2\text{kNm}, q = 5\text{kN/m}.$$



(25%)

Formule za ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

Štapovi

$$f = [K]d \quad (1)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) \\ -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\sigma = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} -\cos(\theta) & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Grede

$$[k] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Uniformno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{qL}{2} & f_{2y} &= -\frac{qL}{2} \\ m_1 &= -\frac{qL^2}{12} & m_2 &= \frac{qL^2}{12} \end{aligned} \quad (6)$$

Trapezno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{3}{20}(q_2 - q_1)L & f_{2y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{7}{20}(q_2 - q_1)L \\ m_1 &= -\frac{q_1L^2}{12} - \frac{1}{30}(q_2 - q_1)L^2 & m_2 &= \frac{q_1L^2}{12} + \frac{1}{20}(q_2 - q_1)L^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$F = [K]d - F_0 \quad (8)$$

1. Odgovori na sljedeća pitanja!

- Šta se sve podrazumijeva pod diskretizacijom u inženjerskim simulacijama?
- Objasni dobre i loše osobine eksperimenata i simulacija? Šta će od to dvoje preuzeti primat u budućnosti?
- Kakve su to stacionarne simulacije? Daj primjer!
- Šta je to blok-strukturirana mreža? Daj ilustrativan primjer!
- Šta predstavlja ograničenost?

(5 x 4=20%)

2. Za štapni sistem, koji se sastoji od štapova poprečnog presjeka A , prikazan na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d i svedi na sistem koji treba riješiti.

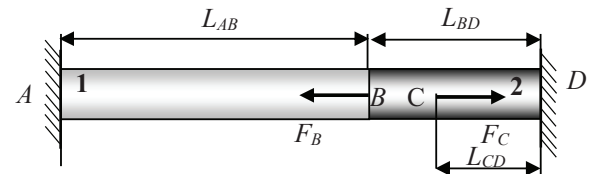
Podaci:

$$L_{AB} = 0.8\text{m}, L_{BC} = 0.3\text{m}, L_{CD} = 0.2\text{m}$$

$$A_1 = 30\text{cm}^2, A_2 = 40\text{cm}^2$$

$$E_1 = 150\text{GPa}, E_2 = 150\text{GPa}$$

$$F_B = 15\text{kN}, F_C = 25\text{kN}.$$



(20%)

3. Za rešetku na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
- postavi matričnu jednačinu $F = [K]d$ i svedi je na sistem koji treba riješiti;
- napiši izraz za dobivanje napona u štapu BC s pravilno unesenim poznatim veličinama.

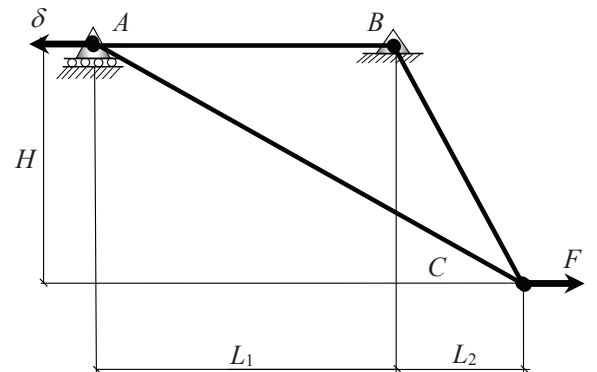
Podaci:

$$H = 0.6\text{m}, L_1 = 0.6\text{m}, L_2 = 0.2\text{m}$$

$$A_{AB} = A_{BC} = A_{AC} = 5\text{cm}^2,$$

$$E_{AB} = E_{BC} = E_{AC} = 210\text{GPa},$$

$$F = 10\text{kN}, \delta = 0.5\text{cm}.$$



(25+5+5=35%)

4. Za gredu na slici desno uradi sljedeće:

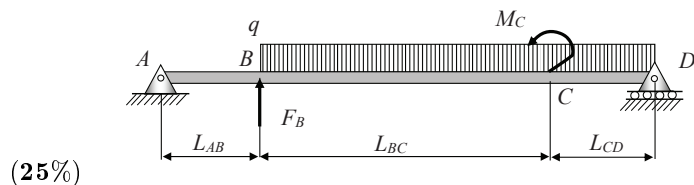
- (a) formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d . Postavi matričnu jednačinu!

Podaci:

$$L_{AB} = L_{BC} = L_{CD} = 6\text{m},$$

$$EI = \text{const} = 25\text{MNm}^2,$$

$$F_B = 10\text{kN}, M_C = 15\text{kNm}, q = 12\text{kN/m}.$$



(25%)

Formule za ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

Štapovi

$$f = [K]d \quad (1)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) \\ -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\sigma = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} -\cos(\theta) & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Grede

$$[k] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Uniformno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{qL}{2} & f_{2y} &= -\frac{qL}{2} \\ m_1 &= -\frac{qL^2}{12} & m_2 &= \frac{qL^2}{12} \end{aligned} \quad (6)$$

Trapezno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{3}{20}(q_2 - q_1)L & f_{2y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{7}{20}(q_2 - q_1)L \\ m_1 &= -\frac{q_1L^2}{12} - \frac{1}{30}(q_2 - q_1)L^2 & m_2 &= \frac{q_1L^2}{12} + \frac{1}{20}(q_2 - q_1)L^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$F = [K]d - F_0 \quad (8)$$

1. Odgovori na sljedeća pitanja!

- U čemu se ogleda statistički pristup u proučavanju kretanja materijala?
- U čemu je razlika između validacije i verifikacije numeričke simulacije?
- Kakav je to stacionarni dvodimenzionalni problem? Daj ilustrativan primjer!
- U čemu je sličnost, a u čemu razlika pri numeričkom rješavanju problema čvrstih tijela i problema tečenja fluida?
- Ako je domen neke analize kvadrat, daj primjer za struktuiranu i nestruktuiranu mrežu domene?

(5 x 4=20%)

2. Za štapni sistem, koji se sastoji od štapova poprečnog presjeka A , prikazan na slici desno, uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d i svedi je na sistem koji treba riješiti.

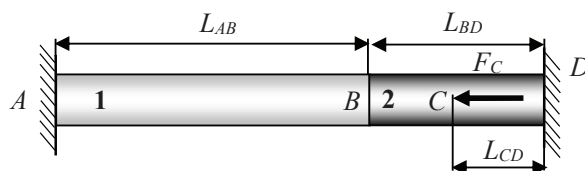
Podaci:

$$L_{AB} = 2\text{m}, L_{BC} = 1\text{m}, L_{CD} = 1.5\text{m}$$

$$A_1 = 200\text{mm}^2, A_2 = 150\text{mm}^2$$

$$E_1 = 200\text{GPa}, E_2 = 150\text{GPa}$$

$$F_C = 50\text{kN}.$$



(20%)

3. Za rešetku na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
- postavi matričnu jednačinu $F = [K]d$ i svedi je na sistem koji treba riješiti;
- napiši izraz za dobivanje napona u štapu CD s pravilno unesenim poznatim veličinama.

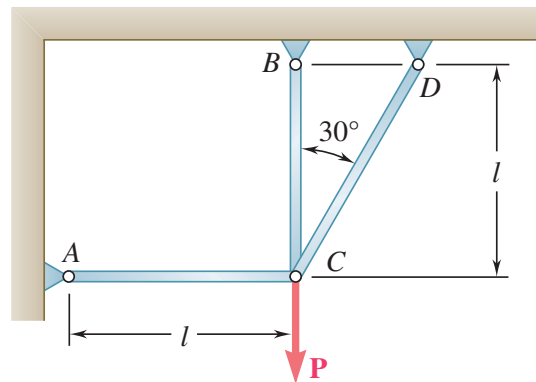
Podaci:

$$l = 3\text{m},$$

$$A_{AC} = A_{BC} = A_{CD} = 15\text{cm}^2,$$

$$E_{AC} = E_{BC} = E_{CD} = 200\text{GPa},$$

$$P = 20\text{kN}.$$



(20+5+5=30%)

4. Za gredu na slici desno uradi sljedeće:

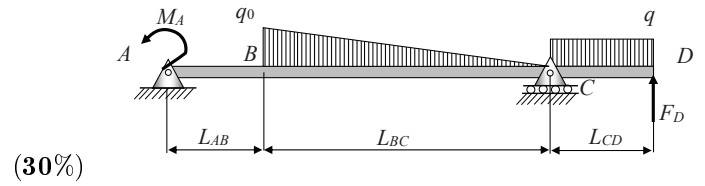
(a) formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d . Postavi matričnu jednačinu!

Podaci:

$$L_{AB} = L_{CD} = 1\text{m}, L_{BC} = 3\text{m}$$

$$EI = \text{const} = 30\text{MNm}^2,$$

$$F_D = 2\text{kN}, M_A = 5\text{kNm}, q = 5\text{kN/m}, q_0 = 15\text{kN/m}.$$



Formule za ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

Štapovi

$$f = [K]d \tag{1}$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) \\ -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\sigma = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} -\cos(\theta) & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \end{Bmatrix} \tag{4}$$

Grede

$$[k] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Uniformno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{qL}{2} & f_{2y} &= -\frac{qL}{2} \\ m_1 &= -\frac{qL^2}{12} & m_2 &= \frac{qL^2}{12} \end{aligned} \tag{6}$$

Trapezno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{3}{20}(q_2 - q_1)L & f_{2y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{7}{20}(q_2 - q_1)L \\ m_1 &= -\frac{q_1L^2}{12} - \frac{1}{30}(q_2 - q_1)L^2 & m_2 &= \frac{q_1L^2}{12} + \frac{1}{20}(q_2 - q_1)L^2 \end{aligned} \tag{7}$$

$$F = [K]d - F_0 \tag{8}$$

1. Odgovori na sljedeća pitanja!

- U čemu se ogleda fenomenološki pristup u proučavanju kretanja materijala?
- U čemu je razlika između materijalnog i prostornog opisa?
- Nabroj barem tri zakona fizike, koji se koriste u numeričkim simulacijama!
- Nabroj barem tri vrste graničnih uslova koji se koriste u numeričkim simulacijama!
- Ako je domen neke analize puni krug, daj primjer za struktuiranu i nestruktuiranu mrežu domene?

(5 x 4=20%)

2. Za štapni sistem, koji se sastoji od štapova poprečnog presjeka A , prikazan na slici desno, uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d i svedi je na sistem koji treba riješiti.

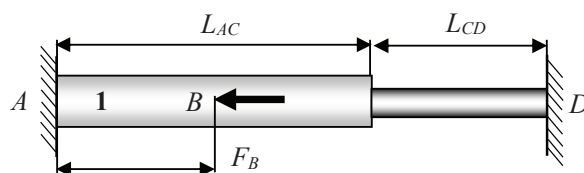
Podaci:

$$L_{AB} = 1\text{m}, L_{AC} = 1.5\text{m}, L_{CD} = 1.5\text{m}$$

$$A_1 = 300\text{mm}^2, A_2 = 180\text{mm}^2$$

$$E_1 = 180\text{GPa}, E_2 = 200\text{GPa}$$

$$F_B = 25\text{kN}.$$



(20%)

3. Za rešetku na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
- postavi matričnu jednačinu $F = [K]d$ i svedi je na sistem koji treba riješiti;
- napiši izraz za dobivanje napona u štapu CD s pravilno unesenim poznatim veličinama.

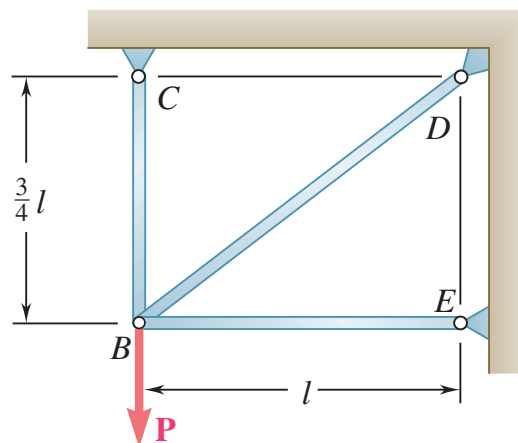
Podaci:

$$l = 4\text{m},$$

$$A_{BC} = A_{BD} = A_{BE} = 8\text{cm}^2,$$

$$E_{BC} = E_{BD} = E_{BE} = 160\text{GPa},$$

$$P = 25\text{kN}.$$



(20+5+5=30%)

4. Za gredu na slici desno uradi sljedeće:

- (a) formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d . Postavi matričnu jednačinu!

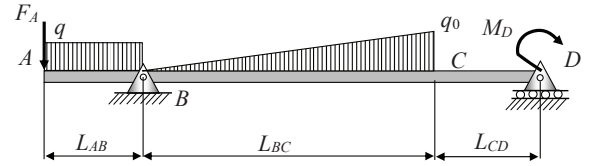
Podaci:

$$L_{AB} = L_{CD} = 0.5\text{m}, L_{AC} = 1.5\text{m}$$

$$EI = \text{const} = 25\text{MNm}^2,$$

$$F_A = 10\text{kN}, M_D = 15\text{kNm}, q = 15\text{kN/m}, q_0 = 5\text{kN/m}.$$

(30%)



Formule za ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

Štapovi

$$f = [K]d \quad (1)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) \\ -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\sigma = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} -\cos(\theta) & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Grede

$$[k] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Uniformno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{qL}{2} & f_{2y} &= -\frac{qL}{2} \\ m_1 &= -\frac{qL^2}{12} & m_2 &= \frac{qL^2}{12} \end{aligned} \quad (6)$$

Trapezno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{3}{20}(q_2 - q_1)L & f_{2y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{7}{20}(q_2 - q_1)L \\ m_1 &= -\frac{q_1L^2}{12} - \frac{1}{30}(q_2 - q_1)L^2 & m_2 &= \frac{q_1L^2}{12} + \frac{1}{20}(q_2 - q_1)L^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$F = [K]d - F_0 \quad (8)$$

1. Odgovori na sljedeća pitanja!

- Da li su eksperimentalna istraživanja bitnija od numeričkih simulacija i zašto?
- Koje metode diskretizacije jednačina se koriste u numeričkim simulacijama! Nabroj barem tri!
- Šta predstavlja osobina stabilnosti kod numeričkih metoda?
- Daj primjer za *Dirichletov* i *Neumannov* granični uslov na primjeru pritiska?
- Ako je domen neke analize kvadrat s kružnim otvorom u sredini, daj primjer za struktuiranu i nestruktuiranu mrežu domene?

(5 x 4=20%)

2. Za štapni sistem, koji se sastoji od štapova poprečnog presjeka A , prikazan na slici desno, uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ,
- postavi matricnu jednačinu $F = [K]d$ i dobiveni sistem svedi je na sistem koji treba riješiti.

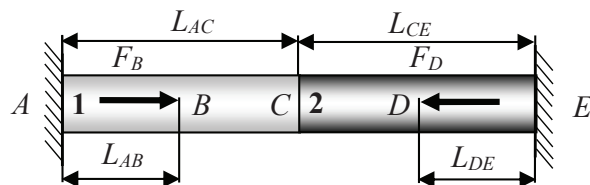
Podaci:

$$L_{AB} = L_{BC} = L_{CD} = L_{DE} = 1\text{m}$$

$$A_1 = A_2 = 100\text{mm}^2$$

$$E_1 = E_2 = 10\text{GPa}$$

$$F_B = 2\text{kN}, F_D = 3\text{kN}.$$



(15+5=20%)

3. Za rešetku na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
- postavi matricnu jednačinu $F = [K]d$ i svedi je na sistem koji treba riješiti;
- napiši izraz za dobivanje napona u štapu CB s pravilno unesenim poznatim veličinama.

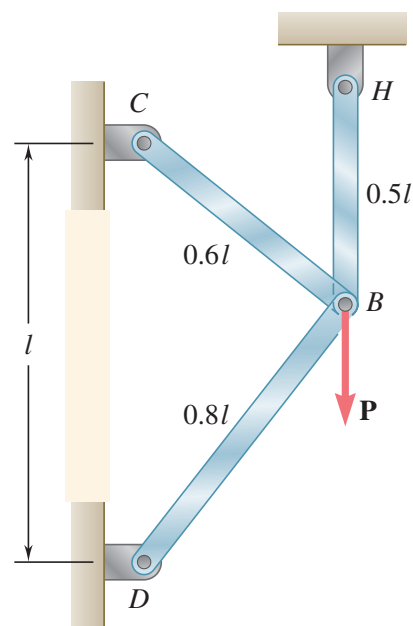
Podaci:

$$l = 2\text{m},$$

$$A_{BD} = A_{BC} = A_{BH} = 6\text{cm}^2,$$

$$E_{BD} = E_{BC} = E_{BH} = 200\text{GPa},$$

$$P = 15\text{kN}.$$



(20+5+5=30%)

Pismeni ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

4. Za gredu na slici desno uradi sljedeće:

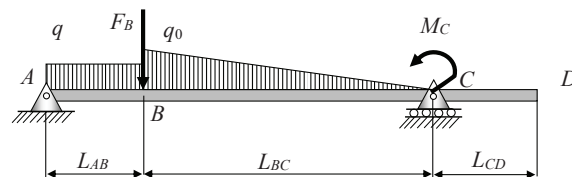
- (a) formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d . Postavi matričnu jednačinu!

Podaci:

$$L_{AB} = L_{BC} = L_{CD} = 2\text{m}$$

$$EI = \text{const} = 25\text{MNm}^2,$$

$$F_B = 3\text{kN}, M_C = 4\text{kNm}, q = 6\text{kN/m}, q_0 = 5\text{kN/m}.$$



(30%)

Formule za ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

Štapovi

$$f = [K]d \quad (1)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) \\ -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\sigma = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} -\cos(\theta) & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Grede

$$[k] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Uniformno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{qL}{2} & f_{2y} &= -\frac{qL}{2} \\ m_1 &= -\frac{qL^2}{12} & m_2 &= \frac{qL^2}{12} \end{aligned} \quad (6)$$

Trapezno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{3}{20}(q_2 - q_1)L & f_{2y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{7}{20}(q_2 - q_1)L \\ m_1 &= -\frac{q_1L^2}{12} - \frac{1}{30}(q_2 - q_1)L^2 & m_2 &= \frac{q_1L^2}{12} + \frac{1}{20}(q_2 - q_1)L^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$F = [K]d - F_0 \quad (8)$$

1. Odgovori na sljedeća pitanja!

- Šta predstavlja *Lagrangeov* opis (konfiguracija)? Gdje se najčešće koristi?
- Šta obuhvata verifikacija numeričke simulacije?
- Nabroj barem četiri osobine numeričkih metoda?
- Dati primjer za *Neumannov* granični uslov!
- Ako je domen neke analize pravougaonik, daj primjer za struktuiranu i nestruktuiranu mrežu domene?

(5 x 4=20%)

2. Za štapni sistem, koji se sastoji od štapova kvadratnog poprečnog presjeka stranice B , prikazan na slici desno, uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ,
- reduciraj dobiven sistem na jednačine koje treba riješiti.

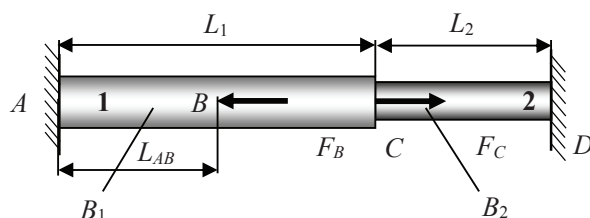
Podaci:

$$L_{AB} = 1\text{m}, L_{BC} = 15\text{m}, L_{CD} = 1\text{m}$$

$$B_1 = 10\text{mm}, B_2 = 15\text{mm}$$

$$E_1 = 4\text{GPa}, E_2 = 2\text{GPa}$$

$$F_C = 1\text{kN}.$$



(15+5=20%)

3. Za rešetku na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
- postavi matičnu jednačinu $F = [K]d$ i svedi je na sistem koji treba riješiti;
- napiši izraz za dobivanje napona u štapu CD s pravilno unesenim poznatim veličinama.

Podaci:

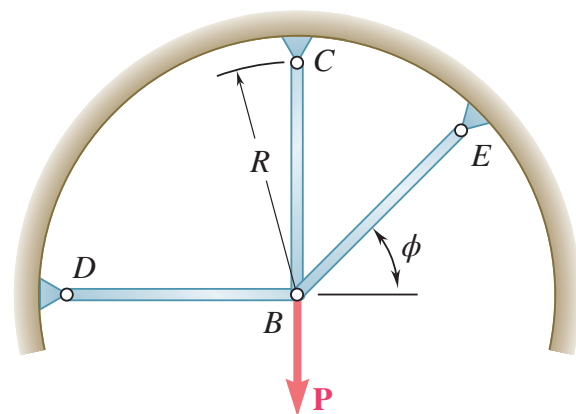
$$R = 1\text{m},$$

$$A_{BD} = A_{BC} = A_{BE} = 5\text{cm}^2,$$

$$E_{BD} = E_{BC} = E_{BE} = 200\text{GPa},$$

$$\phi = 40^\circ,$$

$$P = 10\text{kN}.$$



(20+5+5=30%)

Pismeni ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

4. Za gredu na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$,
- definiši vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d , te postavi matričnu jednačinu!

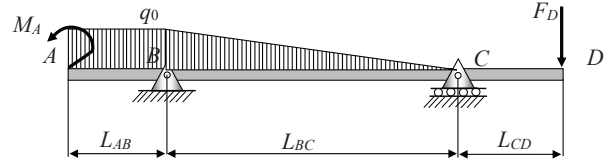
Podaci:

$$L_{AB} = L_{CD} = 0.5\text{m}, L_{BC} = 2\text{m}$$

$$EI = \text{const} = 25\text{MNm}^2,$$

$$F_D = 3\text{kN}, M_A = 4\text{kNm}, q_0 = 6\text{kN/m}.$$

(15+15=30%)



Formule za ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

Štapovi

$$f = [K]d \quad (1)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) \\ -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\sigma = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} -\cos(\theta) & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Grede

$$[k] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Uniformno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{qL}{2} & f_{2y} &= -\frac{qL}{2} \\ m_1 &= -\frac{qL^2}{12} & m_2 &= \frac{qL^2}{12} \end{aligned} \quad (6)$$

Trapezno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{3}{20}(q_2 - q_1)L & f_{2y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{7}{20}(q_2 - q_1)L \\ m_1 &= -\frac{q_1L^2}{12} - \frac{1}{30}(q_2 - q_1)L^2 & m_2 &= \frac{q_1L^2}{12} + \frac{1}{20}(q_2 - q_1)L^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$F = [K]d - F_0 \quad (8)$$

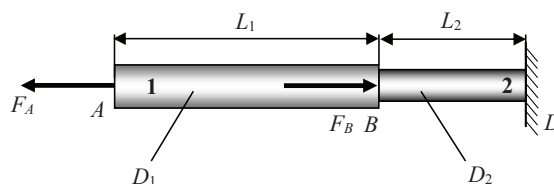
1. Odgovori na sljedeća pitanja!

- Šta predstavlja *Eulerov* opis (konfiguracija)? Gdje se najčešće koristi?
- Šta obuhvata validacija numeričke simulacije?
- Šta je osobina numeričkih metoda ograničenost?
- Dati primjer za *Dirichletov* granični uslov u simulaciji naprezanja čvrstog tijela!
- Ako je domen neke analize simetričan, u obliku kvadrata s rupom u obliku kruga, daj primjer za strukturiranu i nestruktuiranu mrežu domene?

(5 x 4=20%)

2. Za štapni sistem, koji se sastoji od štapova kružnog poprečnog presjeka prečnika D , prikazan na slici desno, uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ,
- reduciraj dobiven sistem na jednačine koje treba riješiti.



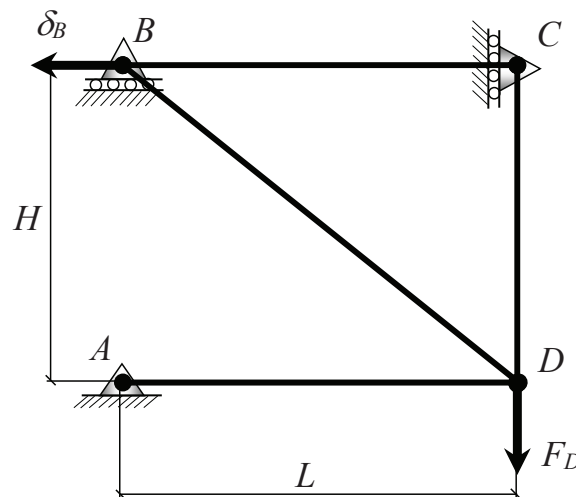
Podaci:

$L_1 = 1\text{m}$, $L_2 = 2\text{m}$
 $D_1 = 30\text{mm}$, $D_2 = 20\text{mm}$
 $E_1 = 200\text{GPa}$, $E_2 = 170\text{GPa}$
 $F_A = 100\text{kN}$, $F_B = 50\text{kN}$.

(15+5=20%)

3. Za rešetku na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$, te vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d ;
- postavi matricnu jednačinu $F = [K]d$ i svedi je na sistem koji treba riješiti;
- napiši izraz za dobivanje napona u štapu BD s pravilno unesenim poznatim veličinama.



Podaci:

$H = L = 1\text{m}$,
 $A_{AD} = A_{BC} = A_{BD} = A_{CD} = 10\text{cm}^2$,
 $E_{AD} = E_{BC} = E_{BD} = E_{CD} = 70\text{MPa}$,
 $F_D = 10\text{kN}$, $\delta_B = 4\text{mm}$.

(20+5+5=30%)

Pismeni ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

4. Za gredu na slici desno uradi sljedeće:

- formiraj matricu krutosti sistema $[K]$,
- definiši vektor opterećenja F i vektor pomjeranja d , te postavi matričnu jednačinu!

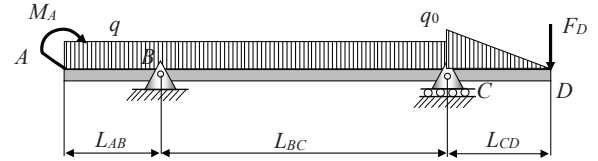
Podaci:

$$L_{AB} = L_{CD} = 1\text{m}, L_{BC} = 2\text{m}$$

$$EI = \text{const} = 16\text{MNm}^2,$$

$$F_D = 5\text{kN}, M_A = 10\text{kNm}, q_0 = 15\text{kN/m}, q = 4\text{kN/m}.$$

(15+15=30%)



Formule za ispit iz INŽENJERSKIH SIMULACIJA

Štapovi

$$f = [K]d \quad (1)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) \\ -\cos^2(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\sigma = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} -\cos(\theta) & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Grede

$$[k] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Uniformno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{qL}{2} & f_{2y} &= -\frac{qL}{2} \\ m_1 &= -\frac{qL^2}{12} & m_2 &= \frac{qL^2}{12} \end{aligned} \quad (6)$$

Trapezno opterećenje

$$\begin{aligned} f_{1y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{3}{20}(q_2 - q_1)L & f_{2y} &= -\frac{q_1L}{2} - \frac{7}{20}(q_2 - q_1)L \\ m_1 &= -\frac{q_1L^2}{12} - \frac{1}{30}(q_2 - q_1)L^2 & m_2 &= \frac{q_1L^2}{12} + \frac{1}{20}(q_2 - q_1)L^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$F = [K]d - F_0 \quad (8)$$