

OBLAST:

**Interpolacija i aproksimacija funkcija
Numeričko diferenciranje i integriranje**

1. Vrijednost gravitacionog ubrzanja zemlje g se mijenja s visinom, odnosno udaljenošću od zemljine površine, h kako je dato u Tabeli 1. Za zadate podatke potrebno je:
 - a) Naći interpolacioni polinom trećeg reda koristeći direktnu metodu, te pomoću njega izračunati vrijednost gravitacionog ubrzanja za visinu $h = 33$ km.
 - b) Naći interpolacioni polinom trećeg reda koristeći *Lagrangeovu* metodu, te pomoću njega izračunati vrijednost gravitacionog ubrzanja za visinu $h = 33$ km.
 - c) Izračunati vrijednost gravitacionog ubrzanja na visini $h = 105$ km pomoću prvog *Newtonovog* interpolacionog polinoma. Uraditi linearnu, kvadratnu i kubnu interpolaciju.
 - d) Izračunati vrijednost gravitacionog ubrzanja na visini $h = 105$ km pomoću drugog *Newtonovog* interpolacionog polinoma. Uraditi linearnu, kvadratnu i kubnu interpolaciju.

Tabela 1

h , km	0	20	40	60	80	100	120	140
g , m/s ²	9.810	9.7486	9.6879	9.6278	9.5681	9.5091	9.4506	9.3926

2. Ispitivajući materijal testom na zamor, bilježene su vrijednosti primijenjenog napona u MPa i broja ciklusa N pri kojem dolazi do loma materijala. Podaci mjerenja dati su u Tabeli 2. Koristeći metodu najmanjih kvadrata potrebno je naći aproksimacijsku funkciju oblika:
 - a) $\sigma_N(N) = a + bN + cN^2$
 - b) $\sigma_N(N) = aN^b$
 - c) $\sigma_N(N) = a \ln N + b$

Za sve funkcije dati i grešku te ocijeniti koja je najpogodnija za zadate podatke (nacrtati grafike!). Rezultate provjeriti pomoću nekog od softvera koji su na raspolaganju (MathCAD, Excel, ...).

Tabela 2

N	1	10	100	10 ³	10 ⁴	10 ⁵	10 ⁶	10 ⁷
σ_N , MPa	1060	980	880	750	570	500	370	300

3. Pri kretanju tečnosti preko neke površine S , za tangencijalni napon τ na površini u Pa, vrijedi jednakost:

$$\tau = \mu \left. \frac{du}{dy} \right|_S \tag{1}$$

gdje je $\mu = 0.0003$ Pa s viskozitet, u brzina paralelna površini u m/s, i y okomita udaljenost od površine u m. U tabeli 3 date su vrijednosti brzine za različite udaljenosti, dobivene pomoću LDV (eng. *laser-Doppler velocitymetre*) brzinomjera.

Treba izračunati vrijednost tangencijalnog napona na površini, ako se koristi polinom trećeg reda, te formule za diferenciranje. Izračunati tangencijalnu silu koja djeluje na površinu, ako je $S = 40$ cm².

Tabela 3: Uz zadatak 3

y , m	0.00	0.01	0.02	0.03
u , m/s	0	55	90	100

4. Tabela 4 daje podatke o sili F koja je potrebna za natezanje luka u ovisnosti od dužine x . Potrebno je naći brzinu strijele, mase $m = 75$ g ukoliko se luk nategne za dužinu $x = 0.4$ m. Zadatak uraditi koristeći trapezno i *Simpsonovo* 1/3 pravilo s dvije i četiri podjele intervala za oba slučaja.

Tabela 4: Uz zadatak 4

x , cm	0	5	10	15	20	25	30	35	40
F , N	0	37	71	104	134	161	185	207	225

Napomena: Uzeti da je kinetička energija strijele pri izbačaja jednaka energiji potrebnoj da se luk nategne do trenutka izbačaja, tj. $mv^2/2 = \int_0^x F dx$.

5. Period matematičkog klatna, dužine L dat je izrazom (pokušaj izvesti dati izraz!):

$$T = 4\sqrt{\frac{L}{g}}h(\theta_0) \tag{2}$$

gdje je $g = 9.81$ m/s² gravitaciono ubrzanje, a θ_0 početni otklon. Koristeći *Gaussove* kvadraturene formule ($n = 2$) izračunati vrijednost $h(20^\circ)$ ako je

$$h(\theta_0) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \sin^2(\frac{\theta_0}{2}) \sin^2 \theta}} \tag{3}$$

Pri tome koristiti jedan, dva i tri jednaka intervala. Rezultat uporediti s vrijednošću $h(0^\circ) = \frac{\pi}{2}$, koji predstavlja aproksimaciju za male otklone, te s vrijednošću dobivenom u MathCAD-u.

Rok za predaju radova je 17.02.2017. godine (srijeda)