
OBLAST:**Rješavanje nelinearnih jednačina
Rješavanje sistema linearnih jednačina**

1. Plovak u obliku sfere radijusa r , izrađen od materijala specifične gustoće ρ_p , pluta u tečnosti specifične gustoće ρ_t . Izračunati do koje dubine će plovak potonuti, ako je $\rho_p/\rho_t = k = 0.7$ i $r = 5$ cm.

Zadatak se svodi na rješavanje nelinearne jednačine (pokušaj izvesti jednačinu!):

$$x^3 - 3rx^2 + 4kr^3 = 0$$

gdje je x tražena dubina. Naći dubinu, koja ima fizikalnog smisla, koristeći:

- metodu regula falsi,
- metodu sekante,
- softver *MathCAD*.

Tačnost za sve slučajeve je $\varepsilon = 10^{-4}$.

2. Čelični kabl (lančanica) dužine s ovješan je na dva kraja raspona L . Maksimalan napon usljed zatezanja vlada na krajevima kabla, i iznosi

$$\sigma_{\max} = \sigma_0 \cosh(\beta) \tag{1}$$

gdje je $\beta = \gamma L/(2\sigma_0)$, σ_0 je napon zatezanja na sredini kabla u Pa, i γ specifična težina kabla N/m^3 . Odnos dužine kabla i raspona između oslonaca dat je sljedećom relacijom (pokušaj izvesti date relacije!):

$$\frac{s}{L} = \frac{1}{\beta} \sinh(\beta) \tag{2}$$

Treba naći σ_{\max} , ako je $\gamma = 75000 \text{ N/m}^3$, $L = 700$ m i $s = 750$ m. Zadatak riješiti koristeći:

- metodu bisekcije,
- modifikovanu *Newtonovu* metodu,
- softver *MathCAD*.

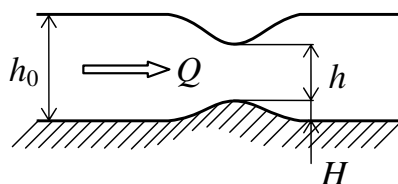
Tačnost za sve slučajeve je $\varepsilon = 10^{-4}$.

3. *Bernoullijeva* jednačina za tečenje fluida u otvorenom kanalu sa suženjem kao na slici 1 ima oblik

$$\frac{Q^2}{2gb^2h_0^2} + h_0 = \frac{Q^2}{2gb^2h^2} + h + H \tag{3}$$

gdje je:

- $Q = 1.2 \text{ m}^3/\text{s}$ – zapreminski protok,
- $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ – gravitaciono ubrzanje,



Slika 1

- $b = 1.8$ m– širina kanala,
- $h_0 = 0.6$ m– nivo vode uzvodno,
- $H = 0.075$ m– visina prepreke,
- h – nivo vode iznad prepreke.

Naći sve fizikalno moguće vrijednosti h koristeći:

- a) metodu proste iteracije,
- b) *Newtonovu* metodu,
- c) pomoću softvera *MathCAD*.

Tačnost za sve slučajeve je $\varepsilon = 10^{-4}$.

4. Riješiti sistem jednačina

$$\begin{aligned} 2x - 6y - z &= -30 \\ -3x - y + 7z &= -34 \\ -8x + y - 2z &= -20 \end{aligned}$$

koristeći:

- a) *Gaussovu* metodu eliminacije,
 - b) *Gaussovu* metodu sa izborom glavnog elementa,
 - c) matričnu metodu,
 - d) pomoću softvera *MathCAD*.
5. Prilikom određivanja koeficijenata aproksimacionog polinoma za neki skup podataka koji ima oblik

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

dobija se sljedeći sistem jednačina, prikazan u matričnom obliku:

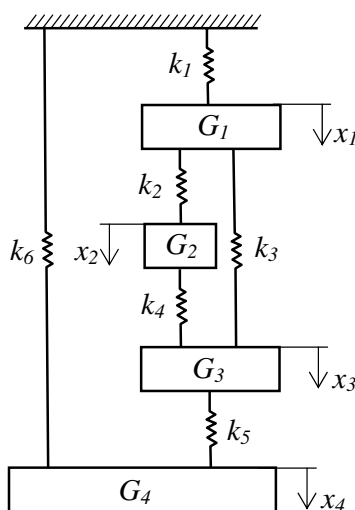
$$\begin{bmatrix} 5 & 10 & 22.5 \\ 10 & 22.5 & 55 \\ 22.5 & 55 & 142.125 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.176 \\ 12.541 \\ 28.519 \end{bmatrix}$$

Odrediti koeficijente polinoma koristeći:

- a) *Gauss-Jordanovu* metodu,

- b) metodu *Doolittlea*,
c) pomoću softvera *MathCAD*.
6. Pomjeranja sistema na slici 2 dobivaju se na osnovu sljedećeg sistema jednačina ravnoteže za mase (pokušaj izvesti dati sistem jednačina!):

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 + k_3 & -k_2 & -k_3 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_4 & -k_4 & 0 \\ -k_3 & -k_4 & k_3 + k_4 + k_5 & -k_5 \\ 0 & 0 & -k_5 & k_5 + k_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \end{bmatrix}$$



Slika 2

Dati sistem jednačina riješiti koristeći:

- a) *Jacobijevu* metodu,
b) *Jacobijevu* metodu s koeficijentom relaksacije $\omega=1.1$,
c) *Gauss-Seidelovu* metodu,
d) *Gauss-Seidelovu* metodu s koeficijentom relaksacije $\omega=1.1$,
e) pomoću softvera *MathCAD*.

Prvo provjeriti da li je ispunjen uslov konvergencije, a zatim, ako jeste, kao početno rješenje uzeti $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$. Sistem riješiti sa tačnošću $\varepsilon = 10^{-2}$. Uzeti da je: $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = 1 \text{ N/m}$, $G_1 = G_2 = G_3 = G_4 = 1 \text{ N}$.

Rok za predaju radova je 23.12.2016. godine (petak)